

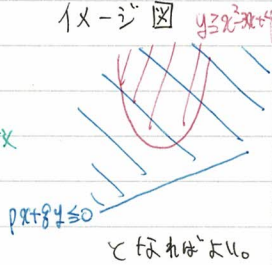
2018年

東大文系数学

文系第1問②

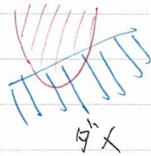
(2) 領域 D が  $px+qy \leq 0$  に含まれなければならない。  
 $y \geq x^2 - 3x + 4$  原点を通る直線。  
 1x-2y 図  $y \geq x^2 - 3x + 4$

右図のように  
 $px+qy=0$  の  
 上側に傾斜した直線  
 $\rightarrow$  符号を  
 場合分け。



(i)  $q > 0$  のとき

$px+qy \leq 0 \Leftrightarrow y \leq -\frac{p}{q}x$  となる。  
 この領域は  $y = -\frac{p}{q}x$  より下の部分が。  
 $y \geq x^2 - 3x + 4$  が全て含むときは  $\times$  となる。

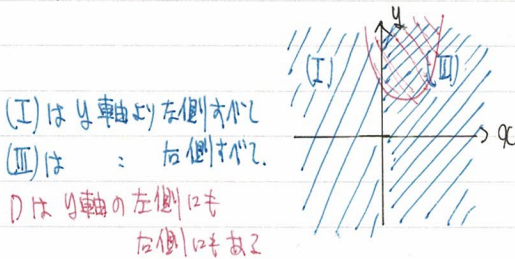


(ii)  $q = 0$  のとき

$px+qy \leq 0 \Leftrightarrow px \leq 0$

これが  $y \geq x^2 - 3x + 4$  が全て含むには

- (I)  $p > 0$  のとき  $px \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$  不適
- (II)  $p = 0$  のとき  $0 \leq 0$  適当
- (III)  $p < 0$  のとき  $px \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$  不適



(I) は y 軸の左側のみ  
 (III) は : 右側のみ  
 D は y 軸の左側のみ  
 右側のみは  $\times$

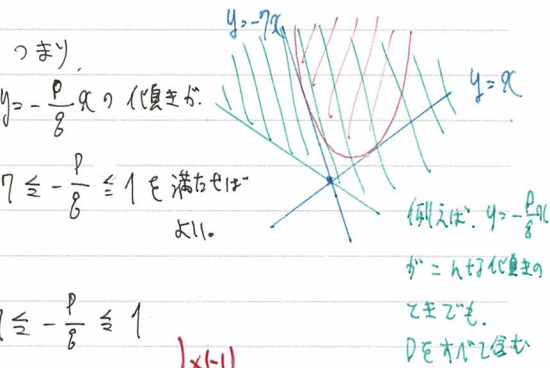
よって D が全て含むときは  $p=0$  のみ。

よって  $p=0, q=0$  のみ。

(iii)  $q < 0$  の時

$px+qy \leq 0 \Leftrightarrow y \geq -\frac{p}{q}x$  となる。

この直線が、D:  $y \geq x^2 - 3x + 4$  が全て含むには、 $y = -\frac{p}{q}x$  が  $y = x^2 - 3x + 4$  に接するときに、下側に傾斜した直線。



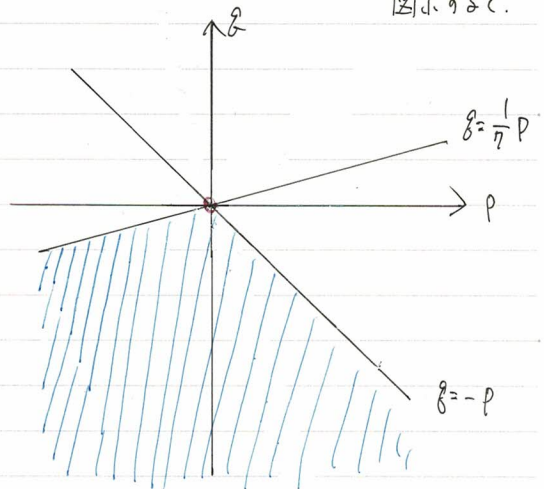
つまり、  
 $y = -\frac{p}{q}x$  の傾きが、  
 $-7 \leq -\frac{p}{q} \leq 1$  が満たされる。

$-7 \leq -\frac{p}{q} \leq 1$

$\Leftrightarrow -1 \leq \frac{p}{q} \leq 7$

$\Leftrightarrow 7q \leq p \leq -q \Leftrightarrow -p \leq q \leq \frac{1}{7}p$

以上より  $\begin{cases} q < 0 \text{ のとき} & 7q \leq p \leq -q \\ q = 0 \text{ のとき} & p = 0 \end{cases}$  とする。  
 図示すると。



境界はすべて含む